

**Arbeitsberichte der Schweizerischen Meteorologischen Zentralanstalt
Rapports de travail de l'Institut Suisse de Météorologie
Rapporti di lavoro dell'Istituto Svizzero di Meteorologia
Working Reports of the Swiss Meteorological Institute**

Zürich

No. 22

Ueber die Parametrisierung
von
Tropfenspektren

von

A. Waldvogel

(Osservatorio Ticinese Locarno - Monti)

	551.501.45
Physik und Dynamik	551.501.81
der Atmosphäre	551.508.765
	551.574.12

Mai 1971

Zusammenfassung :

Der Parameter EXP ist ein Mass für die Güte der exponentiellen Approximation natürlicher Tropfenspektren. Falls $EXP = 1$ ist, weist das gemessene Spektrum eine exponentielle Verteilung auf. Der Parameter EXP wird für einige einfache Verteilungen berechnet. Es werden die Spektren angegeben, wo $EXP < 1$ wird.

Summary :

The parameter EXP gives an idea of the goodness of the fit of the exponential approximation for drop size distributions. If $EXP = 1$, the measured drop size distribution is an exponential one. The parameter EXP is calculated for some distributions. The distributions, having a parameter $EXP < 1$, are also calculated.

Riassunto :

Il parametro EXP rappresenta una misura per la bontà dell'approssimazione esponenziale di spettri naturali delle gocce. Nel caso in cui $EXP = 1$, lo spettro misurato presenta una distribuzione esponenziale. Il parametro EXP viene calcolato per alcune distribuzioni semplici. Vengono dati gli spettri, per i quali $EXP < 1$.

Résumé :

Le paramètre EXP donne une idée de la qualité de l'approximation exponentielle des spectres naturels de gouttes. Si $EXP = 1$, le spectre mesuré présente une répartition exponentielle. On calcule le paramètre EXP pour quelques répartitions simples. On indique les spectres pour lesquels EXP devient inférieur à < 1 .

Einleitung

Die rationelle Auswertung von gemessenen Tropfenspektren verlangt eine sinnvolle Parametrisierung derselben. Das Ziel ist dabei, mit möglichst wenig Parametern die gemessene Tropfenverteilung zu charakterisieren. Oft wird eine exponentielle Approximation angenommen, d.h. die Verteilungsfunktion $N_{(D)}$ wird durch das folgende Gesetz approximiert:

$$N_{(D)} = N_0 e^{-\Lambda D}$$

N_0 und Λ sind die Parameter der exponentiellen Verteilung und D ist der Tropfendurchmesser. Eine solche Approximation hat den Vorteil, dass ein Tropfenspektrum durch nur zwei Parameter (N_0 und Λ) charakterisiert werden kann. Die einfachste praktische Methode für eine solche Parametrisierung ist die, dass aus dem gemessenen Spektrum der Wassergehalt W und der Radarreflektivitätsfaktor Z berechnet wird. Aus W und Z erhält man dann durch eine einfache Transformation N_0 und Λ (s. z.B. WALDVOGEL und JOSS*).

In gewissen Fällen weichen nun die gemessenen Tropfenverteilungen erheblich von einer exponentiellen Verteilung ab. Um solche Abweichungen möglichst einfach und rasch aufzufinden, empfiehlt es sich, einen weiteren Parameter einzuführen: den Parameter EXP. Dieser Parameter ist definiert als das Verhältnis der beiden Durchmesser D_W und $D_{W'}$. D_W ist dabei der Durchmesser in irgendeinem Spektrum, wo der Wassergehalt 50 % des totalen Wertes erreicht. $D_{W'}$ ist der Durchmesser in einem exponentiellen Spektrum (N_0 , Λ), wo der Wassergehalt halbiert wird; mit dem Parameter Λ wird $D_{W'} = 3.67/\Lambda$. Der Parameter EXP gibt also ein Mass für die Güte der exponentiellen Approximation.

*) The Influence of a Cold Front on the Drop Size Distribution. Proceedings of the Conference on Cloud Physics 1970, Ft. Collins USA.

1. Definitionen

$$\text{Der Parameter EXP} = \frac{D_W}{3.67/\Lambda}$$

D_W : Der Durchmesser in irgendeinem Spektrum wo der Wassergehalt halbiert wird

$\frac{3.67}{\Lambda}$: Der Durchmesser im exponentiellen Spektrum wo der Wassergehalt halbiert wird (Λ Parameter im exponentiellen Spektrum)

N_F : Anzahl Tropfen auf die Fläche F pro Zeiteinheit

N_V : Anzahl Tropfen pro Einheitsvolumen

$N(D)$: Anzahl Tropfen pro Einheitsvolumen pro Durchmesserintervall

$$W : \text{Wassergehalt} = \frac{\Pi}{6} \int N(D) D^3 dD$$

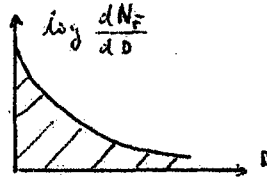
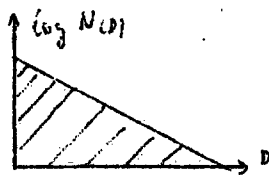
$$Z : \text{Radarreflektivitätsfaktor} = \int N(D) D^6 dD$$

$$\Lambda = \left(\frac{6!}{\Pi} \right)^{1/3} \left(\frac{W}{Z} \right)^{1/3}$$

$$\text{EXP} = \frac{D_W}{3.67} \left(\frac{6!}{\Pi} \right)^{1/3} \left(\frac{W}{Z} \right)^{1/3}$$

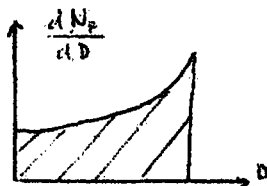
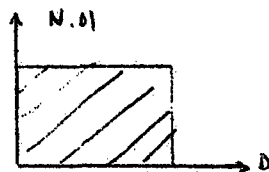
2. Beispiele

2.1 Exponentielles Spektrum



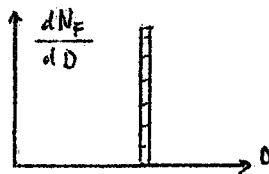
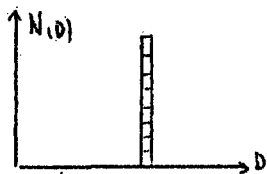
EXP = 1

2.2 Konstantes N(D)



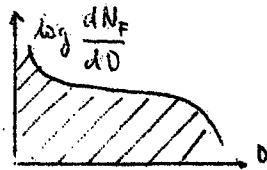
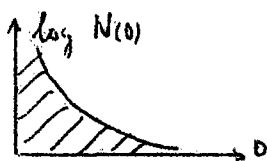
EXP = 1.36

2.3 Monodisperses Spektrum



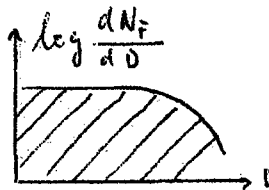
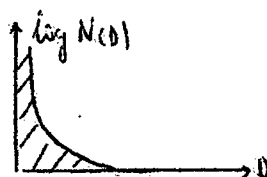
EXP = 1.34

2.4 $N(D) \sim 1/D$



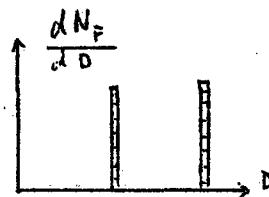
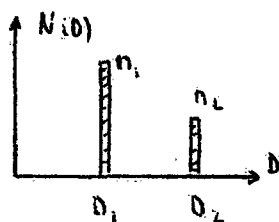
EXP = 1.34

2.5 $N(D) \sim 1/D^2$



EXP = 1.30

2.6 Zwei Tropfengrößen



$0 < \text{EXP} < 1.69$

Für $n_1 D_1^3 > n_2 D_2^3$ $0 < \text{EXP} < 1.34$

falls $D_1 \rightarrow 0$ geht $\text{EXP} \rightarrow 0$

falls $D_1 \rightarrow D_2$ geht $\text{EXP} \rightarrow 1.34$

Für $n_1 D_1^3 < n_2 D_2^3$ $1.34 < \text{EXP} < 1.69$

falls $D_1 \rightarrow 0$ und $\gamma \rightarrow \infty$ geht $\text{EXP} \rightarrow 1.69$

falls $D_1 \rightarrow D_2$ geht $\text{EXP} \rightarrow 1.34$

3. Berechnung

Für die Berechnung der Ausdrücke 2.1 bis 2.5 siehe die Definitionsgleichung für den Parameter EXP.

Für die Berechnung von 2.6 gilt :

$$W = \frac{\Pi}{6} (n_1 D_1^3 + n_2 D_2^3)$$

$$Z = (n_1 D_1^6 + n_2 D_2^3)$$

Es gelten die folgenden Abkürzungen :

$$n_1 = \gamma n_2$$

$$D_1 = \delta D_2$$

3.1. $n_1 D_1^3 < n_2 D_2^3$ oder $\gamma \delta^3 < 1$

$$\text{EXP} = \frac{D_2}{3.67} \left(\frac{6!}{\pi}\right)^{1/3} \left(\frac{\pi}{6}\right)^{1/3} \left(\frac{\gamma n_2 \delta^3 D_2^3 + n_2 D_2^3}{\gamma n_2 \delta^6 D_2^6 + n_2 D_2^6}\right)^{1/3}$$

$$\text{EXP} = \frac{(5!)^{1/3}}{3.67} \left(\frac{1 + \gamma \delta^3}{1 + \gamma \delta^6}\right)^{1/3} = 1.34 \left(\frac{1 + \gamma \delta^3}{1 + \gamma \delta^6}\right)^{1/3}$$

Für $D_1 \rightarrow 0$ und $n_1 \rightarrow \infty$ mit der Nebenbedingung

$$n_1 D_1^3 < n_2 D_2^3$$

d.h. ($\delta \rightarrow 0$; $\gamma \rightarrow \infty$ und $\gamma \delta^3 \rightarrow 1$)

wird $\text{EXP} \rightarrow 1.69$

Für $\delta \rightarrow 1$

wird $\text{EXP} \rightarrow 1.34$

3.2. $n_1 D_1^3 > n_2 D_2^3$ oder $\gamma \delta^3 > 1$

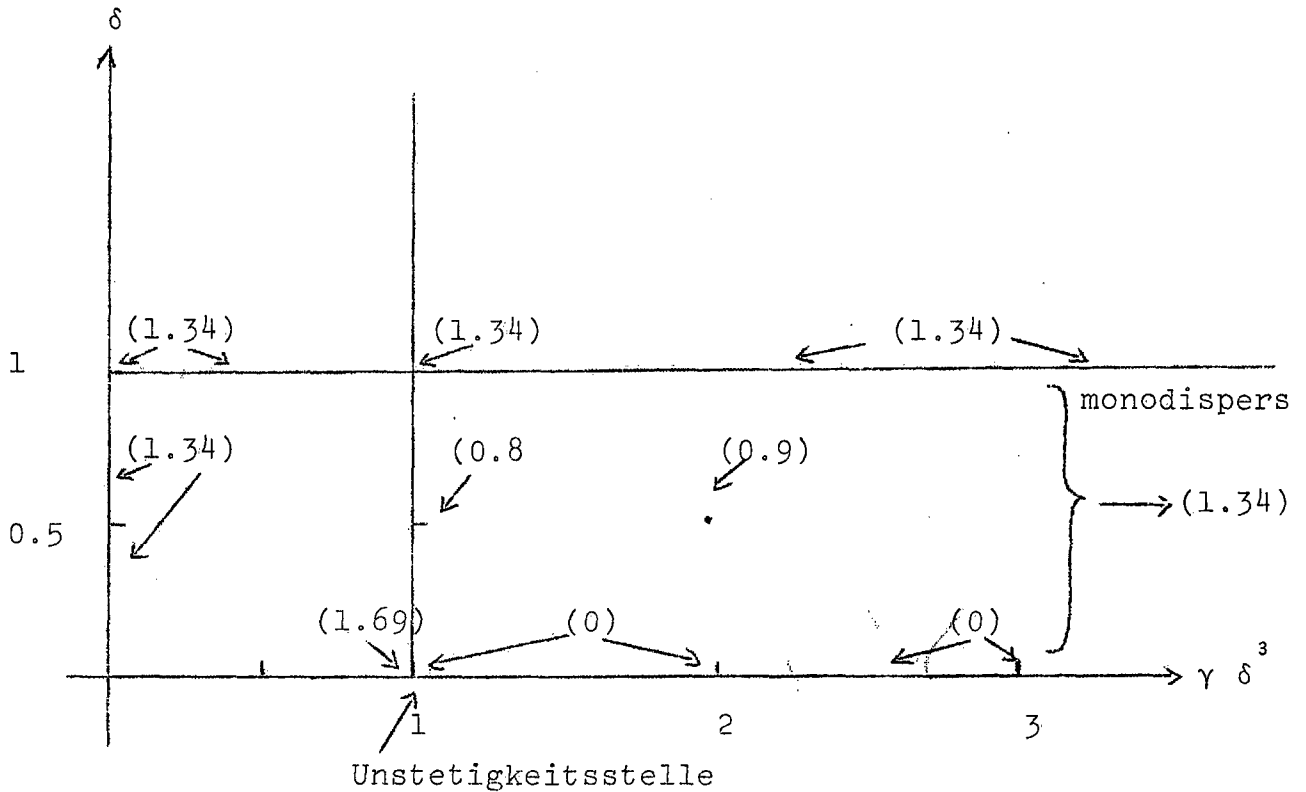
$$\text{EXP} = \frac{\delta}{3.67} (5!)^{1/3} \left(\frac{1 + \gamma \delta^3}{1 + \gamma \delta^6}\right)^{1/3}$$

Für $\delta \rightarrow 0$ wird $\text{EXP} \rightarrow 0$

d.h. D_1 möglichst klein und n_1 so, dass $n_1 D_1^3 > n_2 D_2^3$

3.3. Der Parameter auf der $(\delta, \gamma\delta^3)$ - Ebene

Der Wert von EXP wird:



4. Schlussfolgerung

Der Parameter EXP nimmt Werte an, die kleiner als 1 sind, falls der Wassergehalt der kleinen Tropfen denjenigen der grossen überwiegt. Und zwar wird EXP um so kleiner, je grösser das Verhältnis von D_2 zu D_1 .

d.h. In natürlichen Spektren bedeutet dies ein Plateau in der $N(D)$ -Kurve bei kleinen Tropfen, oder ein kleintropfiger Niederschlag mit wenigen ganz grossen Tropfen.

